

A. BÀI TẬP TỰ LUYỆN CỰC TRỊ HÀM SỐ

Câu 1. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ là

- A. (0;1). B. (2;-3). C. (1;-1). D. (3;1).

 Lời giải.

Câu 2. Gọi x_1 là điểm cực đại x_2 là điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$. Tính $x_1 + 2x_2$.

- A. 2. B. 1. C. -1. D. 0.

 Lời giải.

Câu 3. Hiệu số giữa giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ là

- A. 4. B. -4. C. -2. D. 2.

 Lời giải.

Câu 4. Điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^4 + 5x^2 - 2$ là

- A. $y = 0$. B. $x = -2$. C. $x = 0$. D. $y = -2$.

 Lời giải.

Câu 5. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^3 + 1$. Chọn mệnh đề đúng.

- A. Nhận điểm $x = 6$ làm điểm cực đại. B. Nhận điểm $x = 6$ làm điểm cực tiểu.
C. Nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực đại. D. Nhận điểm $x = 0$ làm điểm cực tiểu.

 **Lời giải.**

Câu 6. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2$ là

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

 **Lời giải.**

Câu 7. Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 5$

- A. Có hệ số góc dương. B. Song song với trục hoành.
C. Có hệ số góc bằng -1 . D. Song song với đường thẳng $x = 1$.

 **Lời giải.**

Câu 8. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$. Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

- A. $S = 8$. B. $S = \sqrt{3}$. C. $S = 2$. D. $S = 4$.

 **Lời giải.**

Câu 9. Khoảng cách từ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ đến trục tung bằng

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 0.

 **Lời giải.**

Câu 10. Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 10$ có đồ thị (C). Gọi A, B, C là ba điểm cực trị của đồ thị (C). Tính diện tích S của tam giác ABC.

- A. $S = 64$. B. $S = 32$. C. $S = 24$. D. $S = 12$.

 **Lời giải.**

Câu 11. Tìm hàm số có đồ thị (C) nhận điểm $N(1; -2)$ là cực tiểu

- A. $y = x^4 - x^2 - 2$. B. $y = x^4 + 2x^2 - 4$.
C. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

 **Lời giải.**

Câu 12. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 - 4$. Diện tích tam giác tạo bởi ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là

- A. 4. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. 2.

 **Lời giải.**

Câu 13. Hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

 **Lời giải.**

Câu 14. Số điểm cực trị của hàm số $y = x^{2017}(x+1)$ là

- A. 2017. B. 2. C. 1. D. 0.

 Lời giải.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên R và có đạo hàm $y' = f'(x) = 3x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. Trên khoảng $(1; +\infty)$ hàm số đồng biến.
- B. Trên khoảng $(-1; 1)$ hàm số nghịch biến.
- C. Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.
- D. Đồ thị hàm số có một điểm cực tiểu.

 Lời giải.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đạo hàm $f'(x) = x(x - 1)^2(x - 2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 1.
- B. 2.
- C. 0.
- D. 3.

 Lời giải.

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			1			0	$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 0 0

Giá trị cực đại của hàm số là

- A. $y = 1$.
- B. $y = 0$.
- C. $x = 1$.
- D. $x = 0$.

Lời giải.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	2	-1	3	2

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

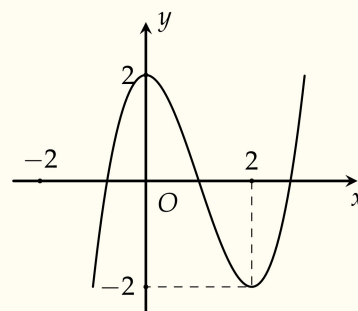
Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

B. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và cực tiểu tại $x = 2$.

D. Hàm số có ba điểm cực trị.



Lời giải.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên R và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = 0$. B. $x = 2$. C. $y = 0$. D. $y = 2$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0

Lời giải.

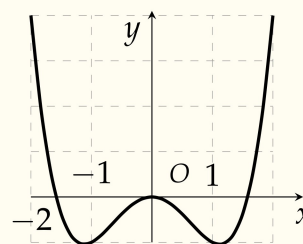
Câu 21. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng K , biết đồ thị của hàm số $y' = f'(x)$ trên K như hình vẽ bên. Tìm số cực trị của hàm số $y = f(x)$ trên K .

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.



 Lời giải.

Câu 22. Hàm số $y = x - 3\sqrt[3]{x^2}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 8.

 Lời giải.

Câu 23. Hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ khi

A. $m = 3$.

B. $m = 1$.

C. $m = -1$.

D. $m = -3$.

 Lời giải.

Câu 24. Với giá trị nào của m thì hàm số $y = mx^3 - 3mx + 2$ đạt cực đại tại $x = 1$?

A. $m = 3$.

B. $m < 0$.

C. $m = 1$.

D. $m \neq 0$.

 Lời giải.

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3m + 1$ có hai điểm cực trị.

A. $m \geq 0$.

B. $\forall m \in \mathbb{R}$.

C. $m \leq 0$.

D. $m \neq 0$.

 Lời giải.

Câu 26. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = x^3 - mx^2 + \left(m + \frac{4}{3}\right)x + 10$ có hai điểm cực trị. Hỏi có bao nhiêu số nguyên $m \in S$ và thỏa $|m| \leq 2018$?

A. 4031.

B. 4036.

C. 4029.

D. 4033.

 **Lời giải.**

Câu 27. Cho hàm số $y = 2x^3 + 3(m - 1)x^2 + 6(m - 2)x - 18$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-5; 5)$ là

A. $(-\infty; -3) \cup (7; +\infty)$.B. $(-3; +\infty) \setminus \{3\}$.C. $(-\infty; 7) \setminus \{3\}$.D. $(-3; 7) \setminus \{3\}$.

 **Lời giải.**

Câu 28. Biết đồ thị hàm số $y = x^4 + bx^2 + c$ chỉ có một điểm cực trị là điểm có tọa độ $(0; -1)$, khi đó b và c thỏa mãn những điều kiện nào dưới đây?

A. $b < 0$ và $c = -1$.B. $b \geq 0$ và $c > 0$.C. $b < 0$ và $c < 0$.D. $b \geq 0$ và $c = -1$.

 **Lời giải.**

Câu 29. Cho hàm số $y = (m + 1)x^4 - mx^2 + 3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị.

A. $m \in (-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.B. $m \in (-1; 0)$.C. $m \in (-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$.D. $m \in (-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$.

 **Lời giải.**

Câu 30. Cho hàm số $f(x) = x^4 + 4mx^3 + 3(m + 1)x^2 + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại. Tính tổng các phần tử của tập S .

A. 1.

B. 2.

C. 6.

D. 0.

 **Lời giải.**

.....
.....
.....
.....
.....

—HẾT—

§3. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT - NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

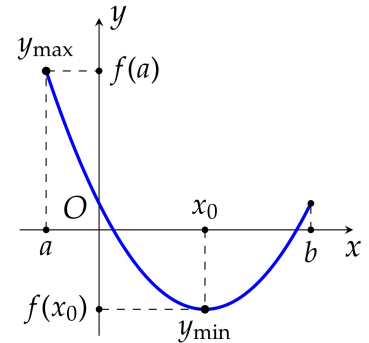
1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathcal{D}$. Ta có

- M là giá trị lớn nhất của hàm số nếu $\begin{cases} f(x) \leq M, \forall x \in \mathcal{D} \\ \exists x_0 \in \mathcal{D} : f(x_0) = M \end{cases}$

Kí hiệu $\max_{x \in \mathcal{D}} f(x) = M$

- n là giá trị nhỏ nhất của hàm số nếu $\begin{cases} f(x) \geq n, \forall x \in \mathcal{D} \\ \exists x_0 \in \mathcal{D} : f(x_0) = n \end{cases}$

Kí hiệu $\min_{x \in \mathcal{D}} f(x) = n$



2. Các phương pháp thường dùng để tìm max - min

- Dùng đạo hàm (đối với hàm một biến), lập bảng biến thiên.
- Dùng bất đẳng thức đánh giá và kiểm tra dấu bằng

① Bất đẳng thức Cauchy: Với $a_1; a_2; \dots; a_n$ là các số thực không âm, ta luôn có

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n \geq n \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

Trường hợp thường gặp Cauchy cho 2 số hoặc 3 số:

$$\bullet a_1 + a_2 \geq 2\sqrt{a_1 a_2}. \quad \bullet a_1 + a_2 + a_3 \geq 3\sqrt[3]{a_1 a_2 a_3}.$$

② Bất đẳng thức Bu-nhia-cốp-xki: Với hai bộ số $a_1; a_2; \dots; a_n$ và $b_1; b_2; \dots; b_n$, ta luôn có

$$(a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) (b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)$$

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n}$.

- Dùng điều kiện có nghiệm của phương trình.
Giả sử y_0 thuộc miền giá trị của hàm số $y = f(x)$. Khi đó, tồn tại $x \in \mathcal{D}$ để phương trình $f(x) = y_0$ có nghiệm. Biện luận điều kiện này, ta sẽ tìm được "khoảng dao động" của y_0 . Từ đó suy ra max, min.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1. Tìm max - min của hàm số cho trước

Ví dụ 1. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 1$ trên $[-4; 4]$. Tính tổng $M + m$.

A. 12.

B. 98.

C. 17.

D. 73.

Lời giải.

Ví dụ 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$ là

- A. $\min_{[0;3]} y = \frac{1}{2}$. B. $\min_{[0;3]} y = -3$. C. $\min_{[0;3]} y = 1$. D. $\min_{[0;3]} y = -1$.

 **Lời giải.**

Ví dụ 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 3}{x - 1}$ trên đoạn $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$ bằng

- A. 4. B. -3. C. $-\frac{7}{2}$. D. $-\frac{13}{3}$.

 **Lời giải.**

Ví dụ 4. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \sqrt{7 + 6x - x^2}$.

- A. $M = 4$. B. $M = \sqrt{7}$. C. $M = 7$. D. $M = 3$.

 **Lời giải.**

Ví dụ 5. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng

- A. $3\sqrt[3]{9}$. B. $2\sqrt[3]{9}$. C. $\frac{33}{5}$. D. $\frac{25}{4}$.

 **Lời giải.**

Ví dụ 6. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{mx+1}{x-m}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 3. Khi đó giá trị m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\frac{3}{4}; 0\right)$.

B. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

C. $\left(0; \frac{3}{4}\right)$.

D. $\left(\frac{3}{4}; 11\right)$.

Lời giải.

Ví dụ 7. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số liên tục trên R và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

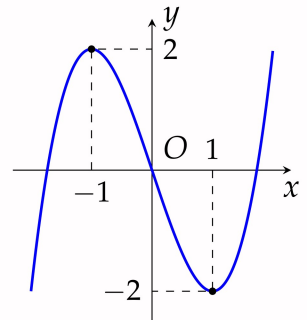
- A. Cực đại của hàm số là 4.
 B. Cực tiểu của hàm số là 3.
 C. $\max_R y = 4$.
 D. $\min_R y = 3$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$			4		4	
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	3	$\nearrow$
						$-\infty$

Lời giải.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong ở hình bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$.

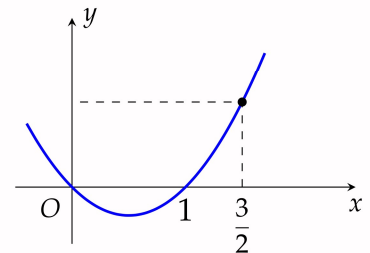
- A. $m = 2$.
 B. $m = -2$.
 C. $m = 1$.
 D. $m = -1$.



Lời giải.

Cho hàm số $y = f(x)$, biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$ tại điểm nào sau đây?

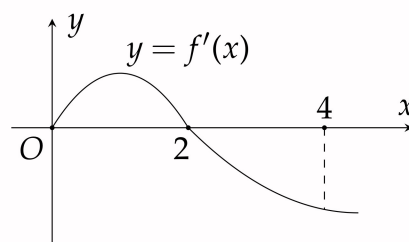
- A. $x = \frac{3}{2}$.
 B. $x = \frac{1}{2}$.
 C. $x = 1$.
 D. $x = 0$.



Lời giải.

Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết $f(0) + f(1) - 2f(2) = f(4) - f(3)$. Giá trị nhỏ nhất m , giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ là

- A. $m = f(4), M = f(1)$. B. $m = f(4), M = f(2)$.
C. $m = f(1), M = f(2)$. D. $m = f(0), M = f(2)$.



Lời giải.

Dạng 2. Một số bài toán vận dụng

a) Bài toán chuyển động:

- Gọi $s(t)$ là hàm quãng đường; $v(t)$ là hàm vận tốc; $a(t)$ là hàm gia tốc;
- Khi đó $s'(t) = v(t)$; $v'(t) = a(t)$.

b) Bài toán thực tế – tối ưu.

- Biểu diễn dữ kiện cần đạt max – min qua một hàm $f(t)$.
- Khảo sát hàm $f(t)$ trên miền điều kiện "đúng" và suy ra kết quả.

Ví dụ 11. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos^3 x + 9\cos x + 6\sin^2 x - 1$ là

- A. -2 . B. -1 . C. 1 . D. 2 .

Lời giải.

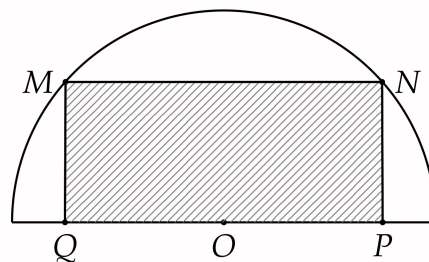
Ví dụ 12. Một chất điểm chuyển động với quãng đường $s(t)$ cho bởi công thức $s(t) = 6t^2 - t^3$, t (giây) là thời gian. Hỏi trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, vận tốc v (m/s) của chất điểm đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm t (giây) bằng bao nhiêu?

- A. $t = 3$ s. B. $t = 4$ s. C. $t = 2$ s. D. $t = 6$ s.

Lời giải.

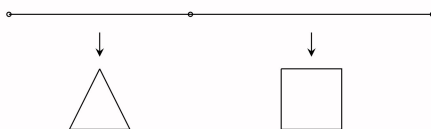
Từ một tấm tôn có hình dạng là nửa hình tròn bán kính $R = 3$, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (hình vẽ bên). Diện tích lớn nhất có thể của tấm tôn hình chữ nhật là

- A. $\frac{9}{2}$. B. $6\sqrt{2}$. C. 9. D. $9\sqrt{2}$.



Lời giải.

Ví dụ 14. Một sợi dây có chiều dài là 6 m, được chia thành 2 phần. Phần thứ nhất được uốn thành hình tam giác đều, phần thứ hai uốn thành hình vuông. Hỏi độ dài của cạnh hình tam giác đều bằng bao nhiêu để tổng diện tích 2 hình thu được là nhỏ nhất?



- A. $\frac{12}{4 + \sqrt{3}}$ m. B. $\frac{18\sqrt{3}}{4 + \sqrt{3}}$ m. C. $\frac{36\sqrt{3}}{4 + \sqrt{3}}$ m. D. $\frac{18}{9 + 4\sqrt{3}}$ m.

Lời giải.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$. Tính $T = M + 2m$.

- A. $T = -41$. B. $T = -44$. C. $T = -43$. D. $T = -42$.

 Lời giải.

Câu 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^4 + 4x^2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- A. 1. B. 4. C. 5. D. 3.

 Lời giải.

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

- A. $\frac{6}{7}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{2}{3}$.

 Lời giải.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$ trên đoạn $[-4; -2]$ là

- A. $\min_{[-4; -2]} y = -7$. B. $\min_{[-4; -2]} y = -\frac{19}{3}$. C. $\min_{[-4; -2]} y = -8$. D. $\min_{[-4; -2]} y = -6$.

 Lời giải.

Câu 5. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{12 - 3x^2}$.

- A. $\max y = 4, \min y = 2$. B. $\max y = 4, \min y = -2$.
C. $\max y = 2, \min y = -2$. D. $\max y = 2, \min y = -4$.

 Lời giải.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Xét ba khẳng định sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			3		3			
	$-\infty$			-1			$-\infty$	

(1) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

(2) Hàm số có một cực đại.

(3) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 3.

Số khẳng định đúng trong ba khẳng định trên là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

 **Lời giải.**

Câu 7. Tổng giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{2-x^2} - x$ bằng bao nhiêu?

A. $2 - \sqrt{2}$.

B. 2.

C. $2 + \sqrt{2}$.

D. 1.

 **Lời giải.**

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	$-$	0	$+$	0	$-$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\min_{(-1;+\infty)} f(x) = f(0)$.

B. $\max_{(0;+\infty)} f(x) = f(1)$.

C. $\max_{(-1;1]} f(x) = f(0)$.

D. $\min_{(-\infty;-1)} f(x) = f(-1)$.

 **Lời giải.**

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số có hai điểm cực trị.
- B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 1.
- C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.
- D. Hàm số có đạt cực tiểu tại $x = 0$ và đạt cực đại tại $x = 1$.

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$-$
y	$+\infty$	0	1	$-\infty$

Lời giải.

Câu 10. Trên khoảng $(0;1)$, hàm số $y = x^3 + \frac{1}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại x_0 bằng

- A. $\frac{1}{2}$.
- B. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$.
- C. $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$.
- D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.

Câu 11. Hàm số $y = 4\sin x - 3\cos x$ có giá trị lớn nhất M , giá trị nhỏ nhất m là

- A. $M = 7, m = 1$.
- B. $M = 5, m = -5$.
- C. $M = 1, m = -7$.
- D. $M = 7, m = -7$.

Lời giải.

Câu 12. Cho hàm số $y = \frac{x - m^2 + m}{x + 1}$. Tổng các giá trị của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;1]$ bằng -2 là

- A. 2.
- B. -2 .
- C. 0.
- D. 1.

Lời giải.

Câu 13. Gọi T là tập hợp tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx + 1}{x + m^2}$ có giá trị lớn

nhất trên đoạn $[2;3]$ bằng $\frac{5}{6}$. Tính tổng S của các phần tử trong T .

A. $S = \frac{18}{5}$.

B. $S = \frac{17}{5}$.

C. $S = 6$.

D. $S = 2$.

 Lời giải.

Câu 14. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\cos^2 x - 5\cos x + 3}{\cos x - 6}$ là

A. $y_{\max} = \frac{1}{5}; y_{\min} = -\frac{9}{7}$.

B. $y_{\max} = 13; y_{\min} = 4$.

C. $y_{\max} = 1; y_{\min} = -\frac{9}{7}$.

D. $y_{\max} = \frac{1}{5}; y_{\min} = -1$.

 Lời giải.

Câu 15. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \sqrt{1+x} + \sqrt{3-x} - \sqrt{1+x} \cdot \sqrt{3-x}$ trên tập xác định của nó.

A. $m = 2\sqrt{2} - 1$.

B. $m = \frac{4}{5}$.

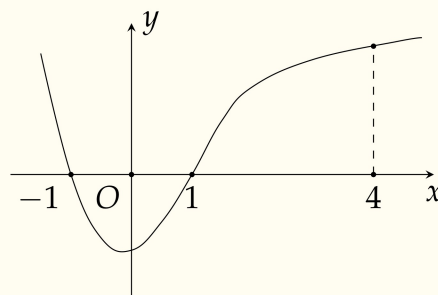
C. $m = 2\sqrt{2} - 2$.

D. $m = \frac{9}{10}$.

 Lời giải.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Biết rằng $f(-1) + f(2) = f(1) + f(4)$, các điểm $A(1;0)$, $B(-1;0)$ thuộc đồ thị. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-1;4]$ lần lượt là

- A. $f(1), f(-1)$. B. $f(0), f(2)$.
C. $f(-1), f(4)$. D. $f(1), f(4)$.



Lời giải.

Câu 17. Tìm m để bất phương trình $x^4 - 4x^2 - m + 1 \leq 0$ có nghiệm thực.

- A. $m \geq -3$. B. $m \leq 1$. C. $m \geq 1$. D. $m \leq -3$.

Lời giải.

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-m}{x+1}$, với m là tham số. Biết $\min_{[0;3]} f(x) + \max_{[0;3]} f(x) = -2$. Hãy chọn kết luận đúng?

- A. $m = 2$. B. $m > 2$. C. $m = -2$. D. $m < -2$.

Lời giải.

Câu 19. Tìm giá trị của tham số m để bất phương trình $\frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1} \geq m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [0;1]$.

- A. $m \leq 3$. B. $m \leq \frac{7}{2}$. C. $m \geq \frac{7}{2}$. D. $m \geq 3$.

Lời giải.

Câu 20. Cho $a > 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{7(a^2 + 9)}{a} + \frac{a}{a^2 + 9}$ bằng

A. $\frac{251}{3}$. B. $2\sqrt{7}$. C. $\frac{253}{3}$. D. $\frac{253}{6}$.

 Lời giải.

Câu 21. Cho hai số thực x, y thay đổi thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 = 2$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2(x^3 + y^3) - 3xy$. Giá trị của $M + m$ bằng

A. -4 . B. $-\frac{1}{2}$. C. -6 . D. $1 - 4\sqrt{2}$.

 Lời giải.

Câu 22. M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \cos x(1 + 2\cos 2x)$. Tìm $2M - m$.

A. 9 . B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $6 + \frac{\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{9} + 3$.

 Lời giải.

Câu 23. Cho biểu thức $P = \frac{2xy}{x^2 + y^2}$ với x, y khác 0. Giá trị nhỏ nhất của P bằng

- A. -2 . B. 0 . C. -1 . D. 1 .

 **Lời giải.**

Câu 24. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = 4x^2 + \frac{1}{x} - 4$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

- A. $m = -1$. B. $m = -4$. C. $m = 7$. D. $m = -3$.

 **Lời giải.**

Câu 25. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x + 19}{x^2 + 16x + 68}$. Tính tích mM .

- A. $mM = -0.20$. B. $mM = -0.25$. C. $mM = -0.15$. D. $mM = -0.30$.

 **Lời giải.**

Câu 26. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \cos^2 2x - \sin x \cos x + 4$ trên R .

- A. $\min_{x \in R} f(x) = \frac{7}{2}$. B. $\min_{x \in R} f(x) = 3$. C. $\min_{x \in R} f(x) = \frac{10}{3}$. D. $\min_{x \in R} f(x) = \frac{16}{5}$.

 **Lời giải.**

Câu 27. Cho x, y là hai số thực không âm thỏa mãn $x + y = 2$. Gọi a, b lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + y^2 - x + 1$. Khi đó kết luận nào sau đây là đúng?

A. $a + b = \frac{22}{3}$.

B. $a + b = \frac{10}{3}$.

C. $a + b = 8$.

D. $a + b = \frac{32}{3}$.

 **Lời giải.**

Câu 28. Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 + 2xy + 3y^2 = 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (x - y)^2$.

A. $\max P = 8$.

B. $\max P = 16$.

C. $\max P = 12$.

D. $\max P = 4$.

 **Lời giải.**

Câu 29. Một người thợ muốn làm một chiếc thùng hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông và không có nắp, biết thể tích của khối hộp là $V = 2,16 \text{ m}^3$. Giá nguyên liệu để làm bốn mặt bên là 36000 đồng/m^2 và giá nguyên liệu để làm đáy là 90000 đồng/m^2 . Tính các kích thước của hình hộp để chi phí làm chiếc thùng đó là nhỏ nhất.

A. Cạnh đáy là $1,2 \text{ m}$, chiều cao là $1,8 \text{ m}$.

B. Cạnh đáy là $1,5 \text{ m}$, chiều cao là $1,2 \text{ m}$.

C. Cạnh đáy là $1,7 \text{ m}$, chiều cao là 1 m .

D. Cạnh đáy là 1 m , chiều cao là $1,7 \text{ m}$.

 **Lời giải.**

Câu 30. Cho ba số dương x, y, z theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{\sqrt{x^2 + 8yz} + 3}{\sqrt{(2y + z)^2 + 6}}$.

A. $\frac{5}{2\sqrt{2}}$.

B. $\frac{5}{\sqrt{10}}$.

C. $\frac{6}{\sqrt{10}}$.

D. $\frac{6}{\sqrt{15}}$.

 **Lời giải.**

—HẾT—